Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра электронных вычислительных машин

Дисциплина: Системный анализ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №4

«Методы и процедуры принятия решений

при многих критериях»

Вариант 8

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент группы 250501 |  | E.О. Лукьянов |
| Преподаватель |  | Н.О. Туровец |

Минск 2025

**СОДЕРЖАНИЕ**

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc188925569)

[1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ 4](#_Toc188925570)

[2 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ 4](#_Toc188925571)

[3 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ 4](#_Toc188925572)

[4 ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ 5](#_Toc188925573)

[4.1 Выбор множества Парето 5](#_Toc188925574)

[4.2 Методика экспресс-анализа альтернатив 7](#_Toc188925575)

[4.3 Методика скаляризации векторных оценок 9](#_Toc188925576)

[4.4 Методика сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования 12](#_Toc188925577)

[4.5 Метод предпочтений 14](#_Toc188925578)

[4.6 Модифицированный алгоритм Кемени-Снелла 16](#_Toc188925579)

[4.7 Метод ЭЛЕКТРА 20](#_Toc188925580)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 24](#_Toc188925581)

# ВВЕДЕНИЕ

Целью данной лабораторной работы является изучение методов и процедур многокритериального выбора альтернатив, а также их применение для анализа и выбора управленческих решений.

В рамках работы рассматриваются различные варианты, которые оцениваются по нескольким критериям. Каждый критерий имеет свою важность, что позволяет учитывать субъективные мнения при принятии решений.

Основная задача работы заключается в выборе лучшей альтернативы из предложенных вариантов с использованием различных методов анализа и оценки.

# ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является:

– изучение методов и процедур многокритериального выбора альтернатив;

– изучение применения методов многокритериального выбора альтернатив для анализа и выбора управленческих решений.

# ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Предлагаются шесть вариантов площадки для строительства нового предприятия химической промыш­ленности. Характеристики площадок следующие.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Площадка | Пл1 | Пл2 | Пл3 | Пл4 | Пл5 | Пл6 |
| Условия для доставки сы-рья | хорошие | отлич-ные | средние | хорошие (не-много хуже, чем для Пл1) | средние | очень хорошие |
| Затраты на под­готовку к строи­тельству, млн ден.ед. | 3,5 | 1,8 | 4 | 3 | 3,5 | 4 |
| Опасность загрязнения грун­товых вод в случае аварии | загрязне-ние воз-можно | высокая опас-ность | опасно-сти нет | загрязнение возможно | опасно-сти нет | опасно-сти нет |

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, наиболее важный критерий - опасность загрязнения, немного менее важный - затраты на подготовку к строительству, еще немного менее важный - условия для доставки сырья.

По мнению второго эксперта, наиболее важный критерий - затраты на подготовку к строительству, примерно такой же по важности (немного менее важный) - опасность загрязнения, менее важный - условия для доставки сырья.

# ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить теоретические сведения по лабораторной работе.

2. Получить задание на лабораторную работу (вариант 8).

3. Выбрать множество Парето.

4. По указанию преподавателя выполнить анализ альтернатив и выбрать лучшую альтернативу одним из следующих двух способов:

− первый способ:

а) используя методику экспресс-анализа альтернатив, выбрать три лучших альтернативы;

б) выполнить ранжирование выбранных альтернатив, используя методику скаляризации векторных оценок;

в) сравнить две лучшие альтернативы, используя методику сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования;

− второй способ:

а) по виду имеющихся экспертных суждений о важности критериев выбрать метод экспертного анализа, который следует использовать для определения весов критериев: метод предпочтений или метод ранга. Используя выбранный метод экспертного анализа, вычислить веса критериев;

б) выполнить ранжирование альтернатив на основе модифицированного алгоритма Кемени-Снелла. По результатам ранжирования отобрать три лучшие альтернативы;

в) выполнить анализ трех отобранных альтернатив по методу ЭЛЕКТРА. Для приведения оценок к безразмерному виду использовать алгоритм, применяемый в методике экспресс-анализа альтернатив. Изменяя пороговые значения индексов согласия и несогласия, выбрать: одну лучшую альтернативу.

# ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

## 4.1 Выбор множества Парето

Выбор множества Парето-оптимальных решений (множества Парето) представляет собой отбор перспективных альтернатив, из которых затем отбирается одна (лучшая) альтернатива.

Множество Парето представляет собой множество альтернатив, обладающих следующим свойством: любая из альтернатив, входящих во множество Парето, хотя бы по одному критерию лучше любой другой альтернативы, входящей в это множество. Другими словами, ни одна из альтернатив, входящих во множество Парето, не уступает какой-либо другой альтернативе из этого множества по всем критериям. Поэтому множество Парето называют также множеством недоминируемых альтернатив: в нем отсутствуют альтернативы, явно (по всем критериям) отстающие от какой-либо другой альтернативы.

Выбор множества Парето производится следующим образом. *Все* альтернативы *попарно* сравниваются друг с другом *по всем критериям*. Если при сравнении каких-либо альтернатив (обозначим их как *Ai*и *Aj*) оказывается, что одна из них (например, *Aj*) *не лучше другой ни по одному критерию*, то ее можно исключить из рассмотрения. Исключенную альтернативу (в данном случае – альтернативу *Aj*) не требуется сравнивать с другими альтернативами, так как она явно неперспективна.

Как правило, во множество Парето входит несколько альтернатив. Поэтому выбор множества Парето не обеспечивает принятия окончательного решения (выбора одной лучшей альтернативы), однако позволяет сократить количество рассматриваемых альтернатив, т.е. упрощает принятие решения.

Выберем множества Парето.

Сравним альтернативы Пл1 и Пл2. По критерию “опасность загрязнения” альтернатива Пл1 лучше, чем Пл2; по критериям “затраты” и “условия для доставки сырья” Пл2 лучше, чем Пл1. Таким образом, ни одну из альтернатив исключить нельзя, так как по некоторым критериям лучше одна, а по другим – другая.

Сравним Пл1 и Пл3. По критериям “затраты” и “условия для доставки сырья” лучше Пл1, по критерию “опасность загрязнения” – Пл3. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним Пл1 и Пл4. По критерию “затраты” лучше Пл4, по критерию “условия для доставки сырья” – Пл1 (по критерию “опасность загрязнения” альтернативы одинаковы). Ни одна из альтернатив не исключается, так как ни одна из них не уступает другой по всем критериям сразу.

Сравним Пл1 и Пл5. По критериям “затраты” альтернативы одинаковы, по критерию “опасность загрязнения” Пл5 лучше, чем Пл1. По критерию “условия для доставки сырья” Пл1 лучше, чем Пл5. Таким образом, ни одна из альтернатив не исключается, так как ни одна из них не уступает другой по всем критериям сразу.

Сравним Пл1 и Пл6. По критерию “затраты” лучше Пл1, по критерию “опасность загрязнения” – Пл6 (по критерию “условия для доставки сырья” Пл1 хуже). Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним Пл2 и Пл3. По критериям “затраты” и “условия для доставки сырья” лучше Пл2, по другому критерию – Пл3. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним Пл2 и Пл4. По критерию “затраты” лучше Пл2, по критерию “опасность загрязнения” – Пл4, по критерию “условия для доставки сырья” – Пл2. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним Пл2 и Пл5. По критериям “затраты” и “опасность загрязнения” Пл2 лучше, чем Пл5. По критерию “условия для доставки сырья” Пл2 лучше, чем Пл5. Таким образом, альтернативу Пл5 следует исключить из рассмотрения. Сравнивать с Пл5 оставшиеся другие альтернативы (Пл3, Пл4, Пл6) не требуется.

Сравним Пл2 и Пл6. По критерию “затраты” лучше Пл2, по критерию “опасность загрязнения” – Пл6, по критерию “условия для доставки сырья” – Пл2. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним Пл3 и Пл4. По критерию “затраты” лучше Пл4, по критерию “опасность загрязнения” – Пл3, по критерию “условия для доставки сырья” – Пл4. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним Пл3 и Пл6. По критериям “затраты” и “опасность загрязнения” альтернативы одинаковые, по критерию “условия для доставки сырья” – Пл6. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним Пл4 и Пл6. По критерию “затраты” лучше Пл4, по критерию “опасность загрязнения” – Пл6, по критерию “условия для доставки сырья” – Пл6. Ни одна из альтернатив не исключается.

Таким образом, во множество Парето вошли альтернативы Пл1, Пл2, Пл3, Пл4 и Пл6. Именно из них будет затем выбираться лучшая альтернатива.

## 4.2 Методика экспресс-анализа альтернатив

Методика предназначена для отбора перспективных альтернатив. При этом перспективными считаются альтернативы, не имеющие существенных недостатков ни по одному из критериев.

Методика рассчитана на применение в задачах, в которых большинство критериев являются числовыми. Методика может применяться и для решения задач, в которых имеются качественные (выраженные в словесной форме) критерии; в этом случае для перехода к числовым оценкам применяются следующие процедуры:

- оценки по качественным критериям выражаются по пятибалльной шкале (“отлично”, “хорошо”, “удовлетворительно”, “плохо”, “очень плохо”), а затем выполняется переход к числовым оценкам с использованием **шкалы Харрингтона**. При этом оценке “отлично” соответствуют числовые оценки от 0,8 до 1; “хорошо” - от 0,63 до 0,8; “удовлетворительно” - от 0,37 до 0,63; “плохо” - от 0,2 до 0,37; “очень плохо” - от 0 до 0,2. Числовая оценка выставляется человеком: экспертом или лицом, принимающим решения (ЛПР). Например, если по некоторому критерию две альтернативы имеют оценку “хорошо”, но одна из них очень хорошая, а другая - немного хуже, то первой из альтернатив (лучшей) можно назначить оценку 0,8, а второй, например - 0,7;

- для оценок, имеющих вид “да-нет”, обычно используются следующие числовые оценки: “да” - 0,67, “нет” - 0,33 (здесь предполагается, что оценка “да” более желательна, чем “нет”).

Принцип работы методики экспресс-анализа альтернатив следующий. Для каждой альтернативы находится худшая оценка (из всех оценок данной альтернативы по критериям, используемым в задаче). Выбираются альтернативы, худшая оценка которых *не ниже* некоторой пороговой величины.

Составим таблицу после выбора множества Парето (см. таблицу 4.1).

Таблица 4.1 – Множество Парето

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Площадка | Пл1 | Пл2 | Пл3 | Пл4 | Пл6 |
| Условия для доставки сырья | хорошие | отличные | средние | хорошие (немного хуже, чем для Пл1) | очень хорошие |
| Затраты на под­готовку к строи­тельству, млн ден.ед. | 3,5 | 1,8 | 4 | 3 | 4 |
| Опасность загрязнения грун­товых вод в случае аварии | загрязне-ние воз-можно | высокая опасность | опасности нет | загрязнение возможно | опасности нет |

Обозначим оценки альтернатив по критериям как *Xij*, *i*=1,...,*M*, *j*=1,...,*N*. Здесь *M* - количество критериев, *N* - количество альтернатив (в данной задаче *M*=3, *N*=5).

Выбор множества перспективных альтернатив на основе методики экспресс-анализа реализуется в следующем порядке.

1. Оценки альтернатив по критериям приводятся к безразмерному виду. Безразмерные оценки альтернатив *Pij*, *i*=1,...,*M*, *j*=1,...,*N*, находятся следующим образом:

- для критериев, подлежащих максимизации, все оценки альтернатив по критерию делятся на максимальную из оценок по данному критерию:

- для критериев, подлежащих минимизации, из оценок по данному критерию выбирается минимальная, и она делится на все оценки альтернатив по данному критерию:

- для качественных (словесных) критериев выполняется переход к числовым оценкам по шкале Харрингтона.

Рассмотрим получение безразмерных оценок для данной задачи.

Безразмерные оценки по критериям “условия для доставки сырья” и “опасность загрязнения грун­товых вод в случае аварии” назначаются экспертом по шкале Харрингтона.

Критерий “затраты на под­готовку к строи­тельству” подлежит минимизации. Поэтому для него находится минимальная оценка (в данном примере она равна 1,8) и делится на все оценки по данному критерию. Например, для Пл3 безразмерная оценка по критерию “затраты на под­готовку к строи­тельству” находится следующим образом: 1,8/4 = 0,45.

Для данной задачи безразмерные оценки приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Безразмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Площадка | Пл1 | Пл2 | Пл3 | Пл4 | Пл6 |
| Условия для доставки сырья | 0,7 | 1 | 0,5 | 0,65 | 0,8 |
| Затраты на под­готовку к строи­тельству | 0,51 | 1 | 0,45 | 0,6 | 0,45 |
| Опасность загрязнения грун­товых вод в случае аварии | 0,5 | 0,1 | 1 | 0,5 | 1 |

В результате перехода к безразмерным оценкам устранены различия исходных оценок, затруднявшие сравнение альтернатив. Безразмерные величины не измеряются в каких-либо единицах, поэтому их можно сравнивать друг с другом, складывать и т.д. Безразмерные оценки не различаются по диапазону значений: все они имеют значения в пределах от 0 до 1. Они не различаются также по направленности: чем больше безразмерная оценка, тем лучше (по любому критерию), и лучшее значение равно 1.

2. Для каждой альтернативы находится минимальная оценка, т.е. худшая из оценок данной альтернативы по всем критериям:

Например, для Пл3 эта оценка равна 0,45; она находится как минимальная из 0,5, 0,45 и 1.

Минимальные оценки приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Минимальные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Альтернатива | Пл1 | Пл2 | Пл3 | Пл4 | Пл6 |
| *Pj* | 0,5 | 0,1 | 0,45 | 0,5 | 0,45 |

3. Выбирается пороговое значение минимальной оценки *P*0. Эта величина назначается ЛПР или экспертом из субъективных соображений, например, в зависимости от количества альтернатив, которые требуется отобрать для дальнейшего анализа.

Пусть в данной задаче назначено *P*0 = 0,3.

4. Выбирается множество альтернатив, для которых *Pj*>*P*0. Таким образом, для дальнейшего анализа отбираются альтернативы, у которых все оценки (в том числе худшая) не ниже предельной величины *P*0.

В данной задаче отбираются альтернативы Пл1, Пл3, Пл4 и Пл6. Окончательный выбор производится на основе одного из методов, рассматриваемых ниже.

## 4.3 Методика скаляризации векторных оценок

Методика предназначена для выбора рациональной альтернативы из множества альтернатив, оцениваемых по нескольким критериям.

Как и методика экспресс-анализа альтернатив, данная методика рассчитана на решение задач, в которых решение принимается на основе числовых критериев (или может быть выполнен переход к таким критериям).

Основное преимущество этой методики - минимальный объем информации, которую требуется получить от ЛПР или эксперта для выбора решения, что позволяет практически полностью автоматизировать решение задачи. В то же время недостаточный учет субъективных суждений ЛПР является недостатком этой методики.

Методика основана на вычислении обобщенной оценки каждой альтернативы (с учетом оценок по всем критериям) и сопоставлении этих оценок.

В таблице 4.4 приведены оценки альтернатив, отобранных на основе выбора множества Парето и методики экспресс-анализа альтернатив.

Таблица 4.4 – Исходные данные

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Площадка | Пл1 | Пл3 | Пл4 | Пл6 |
| Условия для доставки сырья | хорошие | средние | хорошие (немного хуже, чем для Пл1) | очень хорошие |
| Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед. | 3,5 | 4 | 3 | 4 |
| Опасность загрязнения грунтовых вод в случае аварии | загрязне-ние воз-можно | опасности нет | загрязнение возможно | опасности нет |

Методика реализуется в следующем порядке.

1. Оценки альтернатив приводятся к безразмерному виду, как и в методике экспресс-анализа альтернатив. Безразмерные оценки альтернатив для данной задачи приведены в таблице 4.5.

Таблица 4.5 – Безразмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Площадка | Пл1 | Пл3 | Пл4 | Пл6 |
| Условия для доставки сырья | 0,8 | 0,5 | 0,7 | 1 |
| Затраты на подготовку к строительству | 0,86 | 0,75 | 1 | 0,75 |
| Опасность загрязнения грунтовых вод в случае аварии | 0,6 | 1 | 0,6 | 1 |

2. Определяются веса (оценки важности) критериев. В рассматриваемой методике веса находятся *на основе разброса оценок*. Веса определяются в следующем порядке:

- определяются средние оценки по каждому критерию:

*i*=1,...,*M*,

где *M* - количество критериев;

*N* - количество альтернатив;

*Pij* - безразмерные оценки.

Для данного примера: (0,8 + 0,5 + 0,7 + 1)/4 = 0,75; = 0,84; = 0,8;

- находятся величины разброса по каждому критерию:

*i*=1,...,*M*.

Для данного примера:

;

*R*2 = 0,11;

*R*3 = 0,25;

- находится сумма величин разброса:

.

Для данного примера *R* = 0,2 + 0,11 + 0,25 = 0,56;

- находятся веса критериев, отражающие разброс оценок:

*Wi* = *Ri*/*R*,           *i*=1,...,*M*.

Для данного примера *W*1 = 0,2/0,56 = 0,36; *W*2 = 0,11/0,56 = 0,19; *W*3 = 0,45.

Чем больше разброс (различие) в оценках альтернатив по критерию, тем больше вес этого критерия. Таким образом, критерии, по которым оценки альтернатив существенно различаются, считаются более важными. Если оценки альтернатив по какому-либо критерию очень близки, то его вес будет небольшим, так как сравнение альтернатив при близких оценках не имеет смысла.

3. Находятся взвешенные оценки альтернатив (путем деления весов критериев на оценки по соответствующим критериям):

*Eij* = *Wi*/ *Pij*,           *i*=1,...,*M*, *j*=1,...,*N*.

Взвешенные оценки для данного примера приведены в таблице 4.6.

Таблица 4.6 – Взвешенные безразмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Площадка | Пл1 | Пл3 | Пл4 | Пл6 |
| Условия для доставки сырья | 0,449 | 0,719 | 0,514 | 0,359 |
| Затраты на подготовку к строительству | 0,223 | 0,255 | 0,191 | 0,255 |
| Опасность загрязнения грунтовых вод в случае аварии | 0,749 | 0,449 | 0,749 | 0,449 |

Здесь, например, *E*11 = 0,359/0,8 = 0,449; *E*12 = 0,359/0,5 = 0,719; *E*13= = 0,359/0,7=0,514, и т.д.

Чем большие значения принимают безразмерные оценки *Pij*, тем меньше значения взвешенных оценок. Таким образом, чем *меньше* взвешенные оценки, тем *лучше* альтернатива.

4. Определяются комплексные оценки альтернатив (суммы взвешенных оценок):

*j*=1,...,*N*.

Для данного примера *E*1 = 0,449 + 0,223 + 0,749 = 1,421 (комплексная оценка альтернативы Пл1); *E*2 = 1,423 (Пл3); *E*3 = 1,454 (Пл4); *E*4 = 1,064 (Пл6).

Чем меньше комплексная оценка, тем лучше альтернатива. Таким образом, в данном примере лучшим является вариант площадки Пл6; несколько худший вариант – Пл1, еще хуже – Пл3, самый худший – Пл4.

## 4.4 Методика сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования

Методика предназначена для решения задач, в которых требуется выбрать лучшую из двух альтернатив. Такие задачи часто возникают, например, при проектировании технических систем, когда требуется выбрать лучший из двух вариантов системы: базовый (имеющийся) или новый (предлагаемый). Однако применение данной методики не ограничивается задачами проектирования.

Для применения данной методики все оценки альтернатив должны быть выражены в числовой форме.

Принцип работы методики следующий. Для каждой из двух сравниваемых альтернатив находится обобщенная оценка по всем критериям, по которым она превосходит другую альтернативу; при этом учитывается степень превосходства, а также важность критериев. Полученные обобщенные оценки сравниваются; выбирается альтернатива, имеющая большую оценку.

В таблице 4.7 приведены оценки альтернатив, отобранных на основе выбора множества Парето, методики экспресс-анализа альтернатив и методики скаляризации векторных оценок.

Таблица 4.7 – Исходные данные

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Площадка | Пл1 | Пл6 |
| Условия для доставки сырья | хорошие | очень хорошие |
| Затраты на подготовку к строительству | 3,5 | 4 |
| Опасность загрязнения грунтовых вод в случае аварии | загрязнение возможно | опасности нет |

По критерию “условия для доставки сырья” требуется перейти к числовым оценкам. Для этого воспользуемся шкалой Харрингтона. Пусть для проекта Пл1 по данному критерию назначена числовая оценка 0,7, а для Пл6 - оценка 0,9.

Аналогично для критерия “опасность загрязнения грунтовых вод в случае аварии”. Пусть для проекта Пл1 по данному критерию назначена числовая оценка 0,7, а для Пл6 - оценка 1.

Методика реализуется в следующем порядке.

1.  Выполняется ранжирование критериев по важности: наиболее важный критерий получает ранг 1, следующий по важности - 2, и т.д. Если какие-либо критерии близки по важности, им рекомендуется назначать одинаковые ранги. Обозначим ранги как *Ri*, *i*=1,...,*M*, где *M* - количество критериев.

Пусть в данной задаче критериям назначены следующие ранги: *R*1 = 2, *R*2 = 3, *R*3 = 1.

2. Выполняется переход от рангов к весам критериев. Веса находятся следующим образом: из всех рангов выбирается максимальный (в данном примере он равен 3), к нему прибавляется единица, и из полученного числа вычитаются ранги:

 *i*=1,…,*M*.

Таким образом, чем важнее критерий, тем больше его вес.

Для данной задачи веса критериев следующие: *V*1 = 3 + 1 – 2 = 2; *V*2 = 3 + 1 – 3 = 1; *V*3 = 3.

3. Находятся отношения оценок альтернатив (степени доминирования) путем деления большей оценки по каждому критерию на меньшую:

*Si* = max(*Xi*1,*Xi*2) / min(*Xi*1,*Xi*2), *i*=1,...,*M*,

где *Xi*1, *Xi*2 - оценки двух сравниваемых альтернатив по *i*-му критерию.

Для данной задачи *S*1 = 0,7/0,5 = 1,4; *S*2 = 4/3,5 = 1,143; *S*3 = 1/0,7 = 1,429.

4. Находятся скорректированные степени доминирования альтернатив путем возведения степеней доминирования в степени, равные весам критериев:

 *i*=1,…,*M*.

Таким образом учитывается важность критериев: чем больше вес критерия, тем больше соответствующая степень доминирования будет влиять на окончательную оценку.

Для данной задачи *C*1 = 1,42 = 1,96; *C*2 = 1,1431 = 1,143; *C*3 = 1,4293 = 2,915.

5. Для каждой из сравниваемых альтернатив находится оценка ее доминирования над другой альтернативой. Эта оценка вычисляется как произведение скорректированных степеней доминирования по всем критериям, по которым данная альтернатива лучше другой.

В данном примере площадка Пл6 лучше площадки Пл6 по критериям “условия для доставки сырья” и “опасность загрязнения грунтовых вод в случае аварии”. Оценка доминирования проекта Пл6 над Пл1 находится следующим образом: *D*2 = 1,962,915 = 5,71.

Площадка Пл1 лучше, чем площадка Пл6, по критерию “затраты на подготовку к строительству”. Оценка доминирования Пл1 над Пл6: *D*1 = 1,14.

6. Находится обобщенная оценка доминирования:

*D* = *D*2 / *D*1.

Если *D* > 1, то вторая альтернатива (оценка которой указана в числителе) лучше первой; если *D* < 1, то первая альтернатива превосходит вторую. В данном примере *D* = 5,71 / 1,14 = 5. Таким образом, площадка Пл6 лучше, чем Пл1.

## 4.5 Метод предпочтений

Метод основан на ранжировании альтернатив, выполняемом группой экспертов. Каждый из экспертов (независимо от других) выполняет ранжирование альтернатив, т.е. указывает, какая из альтернатив, по его мнению, является лучшей, какая - следующей за ней, и т.д.

1. Каждому эксперту предлагается выполнить ранжирование альтернатив по предпочтению. В данном примере каждый эксперт присваивает номер 1 фактору, который (по его мнению) оказывает наибольшее влияние на рост производительности труда; 2 - следующему по важности фактору, и т.д. Оценки, указанные экспертами, сводятся в таблицу (матрицу) размером *M*x*N*, где *M* - количество экспертов, *N*- количество альтернатив (в данном примере - количество факторов роста производительности труда). Обозначим эти оценки как *Xij*, *i*=1,...,*M*, *j*=1,...,*N*.

Ранжирование альтернатив по предпочтению представлено в таблице 4.8.

Таблица 4.8 – Матрица экспертных оценок для метода предпочтений

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Эксперты | Альтернативы (факторы) | | |
| А1 | А2 | А3 |
| 1 | 3 | 2 | 1 |
| 2 | 2 | 1 | 2 |

2. Производится преобразование матрицы оценок по формуле:

*Bij* = *N* - *Xij*, *i*=1,...,*M*, *j*=1,...,*N*.

Это означает, что каждая экспертная оценка вычитается из количества альтернатив.

Для данного примера получена матрица, приведенная в таблице 4.9.

Таблица 4.9 – Преобразованная матрица экспертных оценок для метода предпочтений

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Эксперты | Альтернативы (факторы) | | |
| А1 | А2 | А3 |
| 1 | 0 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 2 | 1 |

3. Находятся суммы преобразованных оценок по каждой из альтернатив:

 *j*=1,...,*N*.

В данном примере *С*1 = 0 + 1 = 1; *C*2 = 1 + 2 = 3; *C*3 = 3.

4. Находится сумма всех оценок:



В данном примере *C* = 7.

5. Находятся веса альтернатив:

*Vj* = *Cj*/*C*, *j*=1,...,*N*.

В данном примере *V*1 = 0,143; *V*2 = 0,429; *V*3 = 0,429.

Чем больше вес, тем более предпочтительной является альтернатива (по мнению экспертов).

В данном примере самыми важными альтернативами являются А2 (затраты на подготовку к строительству) и А3 (опасность загрязнения грунтовых вод в случае аварии); наименее важная альтернатива – А1 (условия для доставки сырья).

## 4.6 Модифицированный алгоритм Кемени-Снелла

Рассматриваемый алгоритм предназначен для ранжирования альтернатив с учетом их оценок по нескольким критериям.

Основное преимущество алгоритма - возможность анализа и выбора альтернатив, оцениваемых по критериям различных видов: числовым, качественным, “да-нет” и т.д. Алгоритм также позволяет учитывать суждения ЛПР о важности критериев.

Алгоритм основан на ранжировании и попарном сравнении альтернатив по каждому критерию.

Составим таблицу после выбора множества Парето (см. таблицу 4.10).

Таблица 4.10 – Множество Парето

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Площадка | Пл1 | Пл2 | Пл3 | Пл4 | Пл6 |
| Условия для доставки сырья | хорошие | отличные | средние | хорошие (немного хуже, чем для Пл1) | очень хорошие |
| Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед. | 3,5 | 1,8 | 4 | 3 | 4 |
| Опасность загрязнения грунтовых вод в случае аварии | загрязнение возможно | высокая опасность | опасности нет | загрязнение возможно | опасности нет |

Выбор альтернативы на основе модифицированного алгоритма Кемени–Снелла реализуется в следующем порядке.

1. С помощью одного из методов экспертных оценок находятся веса критериев, представляющие собой числовые оценки их важности.

В данном случае использовался метод приоритетов.

2. Выполняется ранжирование альтернатив по каждому из критериев. При этом лучшая альтернатива по данному критерию получает оценку (ранг) 1, следующая за ней – оценку 2, и т.д. Если альтернативы по данному критерию одинаковы, то они получают *одинаковые* оценки. Результаты ранжирования сводятся в матрицу. Для данной задачи матрица ранжирований приведена в таблице 4.10.

Таблица 4.10 – Матрица ранжирований

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Пл1 | Пл2 | Пл3 | Пл4 | Пл6 |
| K1 | 3 | 1 | 5 | 4 | 2 |
| K2 | 3 | 1 | 4 | 2 | 4 |
| K3 | 2 | 3 | 1 | 2 | 1 |

3. На основе ранжирования альтернатив по каждому из критериев составляется матрица парных сравнений. Всего составляется *M* таких матриц, где *M* - количество критериев. Матрицы заполняются по правилам, приведенным в таблице 4.11.

Таблица 4.11 – Правила заполнения матриц парных сравнений в модифицированном алгоритме Кемени–Снелла

|  |  |
| --- | --- |
|  | Значение |
| 1 | По *i*-му критерию *j*-я альтернатива лучше *k*-й |
| -1 | По *i*-му критерию *j*-я альтернатива хуже *k*-й |
| 0 | По *i*-му критерию *j*-я и *k*-я альтернативы одинаковы |

Здесь *i* - номер матрицы (номер критерия).

Для рассматриваемой задачи матрицы парных сравнений по критериям К1-К3 приведены в таблицах 4.12 – 4.14.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Таблица 4.12 – Парные  сравнения по критерию K1 | | | | | | | |  |  |  | Таблица 4.13 – Парные  сравнения по критерию K2 | | | | | | |
|  | П1 | П2 | П3 | П4 | П6 |  |  | | |  |  | П1 | П2 | П3 | П4 | П6 |
| П1 | - | -1 | 1 | 1 | -1 |  |  | | |  | П1 | - | -1 | 1 | -1 | 1 |
| П2 | 1 | - | 1 | 1 | 1 |  |  | | |  | П2 | 1 | - | 1 | 1 | 1 |
| П3 | -1 | -1 | - | -1 | -1 |  |  | | |  | П3 | -1 | -1 | - | -1 | 0 |
| П4 | -1 | -1 | 1 | - | -1 |  |  | | |  | П4 | 1 | -1 | 1 | - | 1 |
| П6 | 1 | -1 | 1 | 1 | - |  |  | | |  | П6 | -1 | -1 | -1 | 0 | - |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Таблица 4.14 – Парные  сравнения по критерию K3 | | | | | | | |  |  |  |
|  | П1 | П2 | П3 | П4 | П6 |  |  | | |  |
| П1 | - | 1 | -1 | 0 | -1 |  |  | | |  |
| П2 | -1 | - | -1 | -1 | -1 |  |  | | |  |
| П3 | 1 | 1 | - | 1 | 0 |  |  | | |  |
| П4 | 0 | 1 | -1 | - | -1 |  |  | | |  |
| П6 | 1 | 1 | 0 | 1 | - |  |  | | |  |

4. Составляется матрица потерь. Размерность матрицы - *N*x*N*, где *N* - количество альтернатив. Элементы матрицы потерь рассчитываются по следующей формуле:

,            *j*=1,...,*N*, *k*=1,...,*N*.

Матрица потерь для рассматриваемой задачи приведена в таблице 4.15.

Таблица 4.15 – Матрица потерь

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Пл1 | Пл2 | Пл3 | Пл4 | Пл6 |
| Пл1 | - | 1,14 | 0,86 | 1,29 | 1,14 |
| Пл2 | 0,86 | - | 0,86 | 0,86 | 0,86 |
| Пл3 | 1,14 | 1,14 | - | 1,14 | 1,14 |
| Пл4 | 0,71 | 1,14 | 0,86 | - | 1,14 |
| Пл6 | 0,86 | 1,14 | 1,29 | 0,43 | - |

Приведем примеры расчета некоторых элементов матрицы потерь.

.

Смысл элементов матрицы потерь, следующий: чем больше элемент *Rjk*, тем больше отставание *j*-й альтернативы от *k*-й (тем хуже *j*-я альтернатива по сравнению с *k*-й).

5. Выполняется предварительное ранжирование альтернатив. Для этого находятся суммы строк матрицы потерь. Смысл этих сумм, следующий: сумма *j*-й строки представляет собой оценку *отставания* *j*-й альтернативы от *всех остальных* альтернатив.

Альтернатива, которой соответствует *минимальная* сумма, предварительно считается *лучшей*. Строка и столбец этой альтернативы исключаются из матрицы потерь.

Суммирование строк матрицы потерь и исключение альтернатив выполняются до тех пор, пока не будет исключена вся матрица. Чем раньше исключена альтернатива, тем она лучше.

Выполним предварительное ранжирование для рассматриваемой задачи. Найдем суммы строк матрицы потерь:

*P*1 = 1,14 + 0,86 + 1,29 + 1,14 = 4,43;

*P*2 = 3,43;

*P*3 = 4,57;

*P*4 = 3,86;

*P*6 = 3,71.

Предварительно лучшей считается альтернатива Пл3. Она исключается из матрицы потерь. Сокращенная матрица потерь приведена в таблице 4.16.

Таблица 4.16 – Первая сокращенная матрица потерь

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Пл1 | Пл2 | Пл4 | Пл6 |
| Пл1 | - | 1,14 | 1,29 | 1,14 |
| Пл2 | 0,86 | - | 0,86 | 0,86 |
| Пл4 | 0,71 | 1,14 | - | 1,14 |
| Пл6 | 0,86 | 1,14 | 0,43 | - |

Суммы строк этой матрицы: *P*1 = 3,57; *P*2 = 2,57; *P*4 = 3; *P*6 = 2,43. Исключается альтернатива Пл1. Вторая сокращенная матрица потерь приведена в таблице 4.17.

Таблица 4.17 – Вторая сокращенная матрица потерь

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Пл2 | Пл4 | Пл6 |
| Пл2 | - | 0,86 | 0,86 |
| Пл4 | 1,14 | - | 1,14 |
| Пл6 | 1,14 | 0,43 | - |

Суммы строк этой матрицы: *P*2 = 1,71; *P*4 = 2,29; *P*6 = 1,57. Исключается альтернатива Пл4. Третья сокращенная матрица потерь приведена в таблице 4.18.

Таблица 4.18 – Третья сокращенная матрица потерь

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Пл2 | Пл6 |
| Пл2 | - | 0,86 |
| Пл6 | 1,14 | - |

Суммы строк этой матрицы: *P*2 = 0,86; *P*6 = 1,14. Лучшая альтернатива (из двух оставшихся) – Пл2.

Предварительное ранжирование альтернатив: Пл3, Пл1, Пл4, Пл2, Пл6.

6**.** Выполняется окончательное ранжирование альтернатив. Для этого альтернативы сравниваются попарно, начиная с конца предварительного ранжирования. Если сравниваются *j*-я и *k*-я альтернативы (при этом *j*-я альтернатива в предварительном ранжировании находится выше *k*-й) и выполняется условие *Rjk* ≤ *Rkj* (где *Rjk* и *Rkj* - элементы матрицы потерь), то альтернативы остаются в ранжировании на прежних местах (*j*-я альтернатива лучше *k*-й). Если *Rjk* > *Rkj*, то альтернативы меняются местами (*j*-я альтернатива хуже *k*-й).

Выполним окончательное ранжирование для данной задачи.

Сравниваем Пл2 и Пл6. *R*26 = 0,86; *R*62 = 1,14. Так как *R*26 < *R*62, альтернативы остаются на своих местах (Пл2 выше, чем Пл6).

Сравниваем Пл4 и Пл2. *R*42 = 1,14; *R*24 = 0,86. Так как *R*42 > *R*24, альтернативы меняются местами: альтернатива Пл2 признается лучшей, чем Пл4. Ранжирование теперь имеет следующий вид: Пл3, Пл1, Пл2, Пл4, Пл6.

Сравниваем Пл1 и Пл2. *R*12 = 1,14; *R*21 = 0,86. Так как *R*12 > *R*21, альтернативы меняются местами: альтернатива Пл2 признается лучшей, чем Пл1. Ранжирование теперь имеет следующий вид: Пл3, Пл2, Пл1, Пл4, Пл6.

Сравниваем Пл3 и Пл2. *R*32 = 1,14; *R*23 = 0,86. Так как *R*32 > *R*23, альтернативы меняются местами: альтернатива Пл2 признается лучшей, чем Пл3. Ранжирование теперь имеет следующий вид: Пл1, Пл3, Пл2, Пл4, Пл6.

Таким образом, окончательное ранжирование альтернатив следующее: Пл3, Пл1, Пл2, Пл4, Пл6. Лучший вариант для строительства нового предприятия химической промышленности – площадка Пл3.

## 4.7 Метод ЭЛЕКТРА

Метод предназначен для решения задач, в которых из имеющегося множества альтернатив требуется выбрать заданное количество лучших альтернатив с учетом их оценок по нескольким критериям, а также важности этих критериев.

Принцип работы метода следующий. Для каждой пары альтернатив (A*j* и A*k*) выдвигается предположение (гипотеза) о том, что альтернатива A*j* лучше, чем A*k*. Затем для каждой пары альтернатив находятся два индекса: индекс согласия (величина, подтверждающая предположение о превосходстве A*j* над A*k*) и индекс несогласия (величина, опровергающая это предположение). На основе анализа этих индексов выбирается одна или несколько лучших альтернатив ("ядро" альтернатив).

В таблице 4.19 приведены оценки альтернатив, отобранных на основе множества Парето, методики предпочтений и модифицированного алгоритма Кемени-Снелла.

Таблица 4.19 – Исходные данные

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Пл1 | Пл2 | Пл3 |
| Условия для доставки сырья | хорошие | отличные | средние |
| Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед. | 3,5 | 1,8 | 4 |
| Опасность загрязнения грунтовых вод в случае аварии | загрязнение возможно | высокая опасность | опасности нет |

С помощью одного из методов экспертных оценок находятся веса критериев, представляющие собой числовые оценки их важности. В данном примере использовался метод приоритетов (*V*1 = 0,143; *V*2 = 0,429; *V*3 = 0,429).

Выбор лучших альтернатив по методу ЭЛЕКТРА реализуется в следующем порядке.

1. Оценки альтернатив приводятся к безразмерному виду. Эта операция может выполняться разными способами, например, так же как в методике экспресс-анализа альтернатив (см. подраздел 4.2). Безразмерные оценки приведены в таблице 4.21.

Таблица 4.20 – Безразмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Пл1 | Пл2 | Пл3 |
| К1 | 0,7 | 1 | 0,5 |
| К2 | 0,51 | 1 | 0,45 |
| К3 | 0,5 | 0,1 | 1 |

2.Определяются индексы согласия *Cjk*, *j*=1,...,*N*, *k*=1,...,*N* (где *N* - количество альтернатив). Индекс согласия отражает степень согласия с предположением о том, что *j*-я альтернатива лучше *k*-й. В рассматриваемой реализации метода ЭЛЕКТРА индексы согласия находятся по формуле

 *j*=1,…,*N*, *k*=1,…,*N*,

где *Vi* - веса критериев;

*K*+ - подмножество критериев, по которым *j*-я альтернатива не хуже *k*-й.

Таким образом, индекс согласия *Cjk* находится как сумма весов критериев, по которым *j*-я альтернатива *не хуже* *k*-й. Чем больше индекс согласия, тем более выражено превосходство *j*-й альтернативы над *k*-й.

Индексы согласия для данной задачи приведены в таблице 4.21.

Таблица 4.21 – Матрица индексов согласия

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Пл1 | Пл2 | Пл3 |
| Пл1 | - | 0,429 | 0,572 |
| Пл2 | 0,572 | - | 0,572 |
| Пл3 | 0,429 | 0,429 | - |

Приведем примеры расчета индексов согласия. Найдем, например, индекс согласия *C*12 (оценку согласия с предположением о превосходстве альтернативы Пл1 над Пл2). Альтернатива А1 не хуже альтернативы А2 только по критерию К3. Его вес равен 0,429; таким образом, *C*12 = 0,429.

3. Определяются индексы несогласия *Djk*, *j*=1,...,*N*, *k*=1,...,*N*. Индекс несогласия отражает степень несогласия с предположением о том, что *j*-я альтернатива лучше *k*-й. Индексы *Djk* находятся по формуле:

 *j*=1,...,*N*, *k*=1,...,*N*,

где *Pik*, *Pij* - безразмерные оценки альтернатив (для данного примера они приведены в таблице 4.24);

*K*— - подмножество критериев, по которым *j*-я альтернатива не превосходит *k*-ю.

Таким образом, индекс несогласия *Djk* находится как максимальная из разностей оценок по критериям, по которым *j*-я альтернатива *не лучше* *k*-й. Чем больше индекс несогласия, тем менее выражено превосходство *j*-й альтернативы над *k*-й.

Индексы несогласия для данной задачи приведены в таблице 4.22.

Таблица 4.22 – Матрица индексов несогласия

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Пл1 | Пл2 | Пл3 |
| Пл1 | - | 0,49 | 0,5 |
| Пл2 | 0,4 | - | 0,9 |
| Пл3 | 0,2 | 0,5 | - |

Приведем примеры расчета индексов несогласия. Найдем индекс несогласия *D*12 (оценку несогласия с предположением о превосходстве альтернативы Пл1 над Пл2). Альтернатива Пл1 не имеет превосходства над Пл2 по критериям К1 и К2. Разности безразмерных оценок по этим критериям следующие: 1 - 0,7 = 0,3; 1‑ 0,51 = 0,49. Таким образом, *D*12 = 0,49.

4. Для каждой альтернативы находится предельное значение индекса согласия:

 *j*=1,...,*N*.

Таким образом, предельное значение индекса согласия для *j*-й альтернативы находится как *минимальный* элемент *j*-й строки матрицы индексов согласия. Эта величина отражает степень согласия с предположением о том, что *j*-я альтернатива имеет превосходство над всеми другими альтернативами.

Для рассматриваемого примера С1 = 0,429; С2 = 0,572; С3 = 0,429.

5. Для каждой альтернативы находится предельное значение индекса несогласия:

 *j*=1,...,*N*.

Таким образом, предельное значение индекса несогласия для *j*-й альтернативы находится как *максимальный* элемент *j*-й строки матрицы индексов несогласия. Эта величина отражает степень несогласия с предположением о превосходстве *j*-й альтернативы над другими альтернативами.

Для рассматриваемого примера *D*1 = 0,5; *D*2 = 0,9; *D*3 = 0,5.

6. Выделяются лучшие альтернативы (“ядро” альтернатив), удовлетворяющие условиям:

С*j* > *C*\*,

*Dj* < *D*\*,

где *C*\*, *D*\* - пороговые значения индексов согласия и несогласия. Эти величины назначаются в зависимости от того, какое количество альтернатив требуется выбрать. Обычно сначала принимаются пороговые значения С\* = 0,5, *D*\* = 0,5; затем они изменяются в соответствии с количеством отбираемых альтернатив. Выбираются альтернативы, удовлетворяющие *обоим* условиям.

Пусть в рассматриваемом примере требуется выбрать *один* тип датчиков. Назначим пороговые значения С\* = 0,5, *D*\* = 0,95. Условию С*j* > *C*\* удовлетворяют альтернатива Пл2, условию *Dj* < *D*\* - альтернативы Пл1, Пл2 и Пл3. Таким образом, выбирается альтернатива Пл2.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения лабораторной работы были изучены и применены методы многокритериального выбора альтернатив для анализа и выбора управленческих решений. Было выбрано множество Парето, включающее перспективные альтернативы, из которых затем отобрана лучшая альтернатива.

Использование методики экспресс-анализа позволило отобрать альтернативы без существенных недостатков по всем критериям. Безразмерные оценки альтернатив позволили устранить различия в исходных оценках, что облегчило сравнение и выбор лучшей альтернативы.

Таким образом, работа демонстрирует эффективность многокритериального подхода к принятию решений в условиях неопределенности и множества критериев оценки.